

BINOMISCHE FORMELN

A

- c) $(m - n)(2u - 3v + 12)$
 d) $(2 - a)(3r - 12s - 21)$
 e) $(5x + 12)(7y + 4z - 16)$
 f) $(9u - 2v)(4a - 3b - 2c)$
 g) $(2x - 1)(3x^2 - 2x - 1)$
 h) $(7z + 4)(5z^3 - 3z^2 + z + 3)$
 i) $(2x - 3y)(4a - 3b - 2c + d - 5)$
 k) $(3a - 2)(2x - 5y + 2z - w + 7)$
 l) $(2x^2 - 5)(3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 4x + 6)$
 m) $(z - 2)(6z^3 - 4z^2 + 3z - 7 + z^4)$

B

- 30 a) $(6x^2 - 4z + 1)(3z - 2)$
 b) $(3a - 1)(5a^3 - 7a^2 - 4a + 1)$
 c) $(x^2 - x + 1)(x^2 - 2x - 1)$
 d) $(a^3 - 3a^2 + a)(2a^2 - a + 2)$
 e) $(9m^4 + 2m^2 - m + 1)(m^3 - m + 2)$
 f) $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$
 g) $(a + 1)(a + 2)(a + 3)(a + 4)$
 h) $(z + 1)(2z + 1)(3z + 1)(4z + 1)$

- i) $(10u + 12v)(10u - 12v)$
 j) $(6c - 4d)(4d + 6c)$
 k) $(7m + 8n)(8n - 7m)$
 l) $(30p + 21q)(21q - 30p)$
 m) $(15x - 20y)(20y + 15x)$
 n) $\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}y\right)\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y\right)$
 o) $\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}y\right)\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y\right)$
 p) $(0,1a - 1,5b)(1,5b + 0,1a)$

3.5 Binomische Formeln

31 Berechne die Terme auf zwei verschiedene Arten.

- a) $T(a, b) = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 $T(1, -1) \quad T(5, -3) \quad T(6, 2) \quad T\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{6}\right)$
 b) $T(a, b) = (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 $T(-2, 4) \quad T(7, 3) \quad T\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}\right)$

c) $T(a, b) = (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$
 $T(-5, -5) \quad T(4, 1) \quad T(7, -8) \quad T\left(\frac{2}{3}, -\frac{5}{6}\right)$

- 32 a) $(a + b)^2 < , > a^2 + b^2$
 b) $(x - y)^2 - (x + y)^2$
 c) $(3x - 5)^2 - (5 - 3x)^2$
 d) $(2a - 3)^2 + (2a - 3)^2$
 e) $(7z + 1)^2 - (7z - 1)(7z + 1)$
 f) $(4m - 3)(4m + 3) - (4m - 3)^2$
 g) $(2y - x)(2y + x) - (2y + x)^2$
 h) $2(u - v)^2 - 3(u + v)^2$
 i) $-4(2x + 3y)^2 - 2(x - 6)^2$
 k) $(3x - 2y)^2 + (4x + 3y)^2$
 l) $(5a + 4b)^2 - (9b - 7a)^2$
 m) $(2u - 3v)(2u + 3v) - (4u + 3v)^2$
 n) $(5z - 8)^2 + (4z - 3)(4z + 3)$

a	b	$(a + b)^2$	$<, >$	$a^2 + b^2$
2	-3			
-5	8			
3	7			
-9	4			
6	6			
-3	-3			
-5	-8			

Weiche Vermutung kannst du aus den Berechnungen ableiten? Versuche die Vermutung zu begründen. Gibt es ein Zahlenpaar, für welches das Gleichheitszeichen gesetzt werden muss?

- 33 a) $(7c - 3d)^2$
 b) $(12m + 5n)^2$
 c) $(2a - 8)(2a + 8)$
 d) $(11y - 6z)^2$
 e) $(15r + 7)^2$
 f) $(10u - 3v)(10u + 3v)$
 g) $(12x - 5y)^2$
 h) $(6z - 1)(6z + 1)$
 i) $(4a + 5b)(4a - 5b)$
 k) $(3m - n)(3m + n)$
 l) $(2ab - 3)^2$
 m) $(5xyz - 7)^2$

A

- 34 a) $(15x - 13y)^2$
 b) $(7a + 12b)^2$
 c) $(16m + 14n)^2$
 d) $(24y - 25z)^2$
 e) $(17m - 1)^2$
 f) $(21r + 2s)^2$
 g) $(9ab - cd)(9ab + cd)$
 h) $(ab^2 - 3b^2)(a^2 + b^2)$
 i) $(4z^3 - 5)^2$
 j) $(5a^5 - 3b^3)^2$
 k) $(ax - a)^2$
 l) $(uv^2 + 2v)^2$
 m) $(uv^2 - 2v)^2$
 n) $(9ab - cd)(9ab + cd)$
 o) $(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$
 p) $(x^2y - z)(x^2y + z)$
 q) $(a^3 - 1)(a^3 + 1)$
 r) $(\frac{3}{4}m - 2n)\left(2n + \frac{3}{4}m\right)$
 s) $\left(\frac{2}{3}a + \frac{3}{4}b\right)\left(\frac{3}{4}b - \frac{2}{3}a\right)$

- 35 a) $(a + b)^2 + (a - b)^2$
 b) $(x - y)^2 - (x + y)^2$
 c) $(3x - 5)^2 - (5 - 3x)^2$
 d) $(2a - 3)^2 + (2a - 3)^2$
 e) $(7z + 1)^2 - (7z - 1)(7z + 1)$
 f) $(4m - 3)(4m + 3) - (4m - 3)^2$
 g) $(2y - x)(2y + x) - (2y + x)^2$
 h) $2(u - v)^2 - 3(u + v)^2$
 i) $-4(2x + 3y)^2 - 2(x - 6)^2$
 k) $(3x - 2y)^2 + (4x + 3y)^2$
 l) $(5a + 4b)^2 - (9b - 7a)^2$
 m) $(2u - 3v)(2u + 3v) - (4u + 3v)^2$
 n) $(5z - 8)^2 + (4z - 3)(4z + 3)$

34 Verwende die binomischen Formeln beim Kopfrechnen. Beispiel:

$$91^2 = (90 + 1)^2 = 90^2 + 2 \cdot 90 \cdot 1 + 1 = 8381$$

- a) $31^2 \quad 42^2 \quad 105^2 \quad 62^2 \quad 73^2$
 b) $59^2 \quad 98^2 \quad 79^2 \quad 48^2 \quad 77^2$
 c) $19 \cdot 21 \quad - 42 \cdot 38 \quad 34 \cdot 26 \quad 53 \cdot 47$

- 35 Untersuche
 $(a + b + c)^2, (a - b + c)^2, (a - b - c)^2$
 und verwende deine Erkenntnisse zur Berechnung der Terme.
- a) $(2x + 3y + z)^2$
 b) $(5a + 2b + 6)^2$
 c) $(5u + 3v + 4)^2$
 d) $(r + 6s + 7t)^2$
 e) $(7u - 3v + 1)^2$
 f) $(2m - 3n - 4)^2$
 g) $(3y + 9z - 5w)^2$
 h) $(2a - 5b + 9)^2$

- 36 a) $(2a - 3)^2 - (4a - 1)(a + 2) + (3a + 1)^2$
 b) $(a + b)(2a - b) - 2(a - 3b)^2$
 c) $a^2z^2 - (az - 1)^2 + 2(3 - az)$
 d) $(4x - y)^2 - (3x + 2y)(x - y) - 2x(4x + 1)$
 e) $(7x - 1)(7x + 1) - 5(3x + 2)^2 + 3x(4 - x)$
 f) $(2x + 3)^2 - (2x - 3)^2 + (2x - 3)(2x + 3)$
 g) $(x + 1)(2x - 1)(3x - 1) - 6x^3$
 h) $(2a + 2)(3a - 1)(a - 1) - 2(3a^3 - 1)$

37 Untersuchung

- Berechne $(x+1)^2, (x+1)^3, (x+1)^4, (x+1)^5, \dots$
 Schreibe die Produkte geeignet untereinander; setze zuerst $(x+1)^1$. Suche eine Gesetzmässigkeit und berechne damit $(x+1)^9$.

B

A

LÖSUNGEN

BINOMISCHE FORMEN

B

c) $T(-5, -5) = 0$

T(4, 1) = 15

T(7, -8) = -15

T\left(\frac{2}{3}, -\frac{5}{6}\right) = -\frac{1}{4}

32 a) $r^2 + 2rs + s^2$

b) $4a^2 - 12a + 9$

m² - 2mn + n²

n² + 4n + 4

r² - 6r + 9

u² - v²

x² - y²

33 a) $49c^2 - 42cd + 9d^2$

b) $144m^2 + 120mn + 25n^2$

c) $4a^2 - 64$

d) $121y^2 - 132yz + 36z^2$

e) $225r^2 + 210r + 49$

f) $100u^2 - 9v^2$

g) $144x^2 - 120xy + 25y^2$

h) $26z^2 - 1$

i) $16a^2 - 25b^2$

k) $9m^2 - n^2$

l) $4a^2b^2 - 12ab + 9$

m) $25x^2y^2z^2 - 70xyz + 49$

33 a) $9x^2y^2 + 6xyz + z^2$

b) $9a^2b^2 - 30ab + 25$

34 a) $225x^2 - 390xy + 169y^2$

b) $49a^2 + 168ab + 144b^2$

c) $256m^2 + 448mn + 196n^2$

d) $576y^2 - 1200yz + 625z^2$

e) $289m^2 - 34m + 1$

f) $441r^2 + 84rs + 4s^2$

g) $225x^2y^2 - 210xy + 49$

h) $121a^2b^2c^2 - 66abcd + 9d^2$

i) $100u^2 - 144v^2$

j) $36c^2 - 16d^2$

l) $-49m^2 + 64n^2$

m) $225x^2 - 400y^2$

n) $-900p^2 + 441q^2$

o) $\frac{x^2 - y^2}{16}$

p) $0,01a^2 - 2,25b^2$

B

35 a) $2a^2 + 2b^2$

b) $-4xy$

c) 0

d) $8a^2 - 24a + 18$

e) $14z + 2$

f) $24m - 18$

g) $-2x^2 - 4xy$

h) $-u^2 - 10uv - v^2$

i) $-18x^2 + 24x - 48xy - 36y^2 - 72$

k) $25x^2 + 12xy + 13y^2$

l) $-24a^2 + 166ab - 65b^2$

m) $-12u^2 - 24uv - 18v^2$

n) $41z^2 - 80z + 55$

36 a) $7x^2 - 41x + 8$

b) $18a^2 - 9a - 2$

c) $x^2 - 5x - 7$

d) $-5u^2 + 56u + 9$

e) $-x^2 - 9$

f) $-17x - 20$

g) $25w^2 - 30wy - 90wz + 9y^2 + 54yz + 81z^2$

h) $4a^2 + 36a - 20ab + 25b^2 - 90b + 81$

37 a) $(a < 0 \text{ und } b > 0) \text{ oder}$

(a > 0 und b < 0)

(a + b)² = a² + 2ab + b² < a² + b²

3. Fall: a = 0 oder b = 0

(a + b)² = a² + b²

Pascal-Dreieck!

allgemein:

$$(x+1)^n = \binom{n}{0} x^n + \binom{n}{1} x^{n-1} + \dots +$$

$$\binom{n}{k} x^{n-k} + \dots + \binom{n}{n-1} x^1 + \binom{n}{n} \cdot 1$$

$$(x+1)^{10} = x^{10} + 10x^9 + 45x^8 + 120x^7 + 210x^6 + 252x^5 + 210x^4 + 120x^3 + 45x^2 + 10x + 1$$

37 a) $(x-1)^1 =$

b) $(x-1)^2 =$

c) $(x-1)^3 =$

d) $(x-1)^4 =$

e) $(x-1)^5 =$

f) $(x-1)^6 =$

g) $(x-1)^7 =$

h) $(x-1)^8 =$

i) $(x-1)^9 =$

j) $(x-1)^{10} =$

k) $(x-1)^{11} =$

l) $(x-1)^{12} =$

m) $(x-1)^{13} =$

n) $(x-1)^{14} =$

o) $(x-1)^{15} =$

p) $(x-1)^{16} =$

q) $(x-1)^{17} =$

h) $-2a^2 - 6a + 4$

g) $x^2 - 4x + 1$

f) $x^2 - 48x - 21$

e) $4x^2 + 24x - 9$

d) $5x^2 - 2x - 7xy + 3y^2$

c) $x^2 - 48x - 21$

b) $13ab - 19b^2$

c) 5

b) $x^2 - 48x - 21$

a) $9a^2 - 13a + 12$

36 a) $9a^2 - 13a + 12$

b) $13ab - 19b^2$

c) 5

d) $5x^2 - 2x - 7xy + 3y^2$

c) $x^2 - 48x - 21$

b) $13ab - 19b^2$

c) 5

d) $5x^2 - 2x - 7xy + 3y^2$

c) $x^2 - 48x - 21$

b) $13ab - 19b^2$

c) 5

d) $5x^2 - 2x - 7xy + 3y^2$

c) $x^2 - 48x - 21$

b) $13ab - 19b^2$

c) 5

d) $5x^2 - 2x - 7xy + 3y^2$

c) $x^2 - 48x - 21$

b) $13ab - 19b^2$

c) 5

d) $5x^2 - 2x - 7xy + 3y^2$

c) $x^2 - 48x - 21$

b) $13ab - 19b^2$

c) 5

d) $5x^2 - 2x - 7xy + 3y^2$

c) $x^2 - 48x - 21$

b) $13ab - 19b^2$

c) 5

d) $5x^2 - 2x - 7xy + 3y^2$

c) $x^2 - 48x - 21$

b) $13ab - 19b^2$

c) 5

d) $5x^2 - 2x - 7xy + 3y^2$

34 a) $961 \quad 1764 \quad 11025 \quad 3844 \quad 5329$

b) $3481 \quad 9604 \quad 6241 \quad 2304 \quad 5929$

c) $399 \quad 1596 \quad 884 \quad 2491$

35 a) $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

(a-b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2ac - 2bc

(a-b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc

(a-b)^2 = a^2 + 12xy + 4xz + 9y^2 + 6yz + z^2

a) $4x^2 + 12xy + 4xz + 9y^2 + 6yz + z^2$

b) $25a^2 + 60a + 20ab + 4b^2 + 24b + 36$

c) $25u^2 + 40u + 30uv + 9v^2 + 24v + 16$

d) $r^2 + 12rs + 14t + 36s^2 + 84st + 49t^2$

e) $49u^2 + 14u - 42uv + 9v^2 - 6v + 1$

f) $4m^2 - 16m - 12mn + 9n^2 + 24n + 16$

g) $25w^2 - 30wy - 90wz + 9y^2 + 54yz + 81z^2$

h) $4a^2 + 36a - 20ab + 25b^2 - 90b + 81$

36 a) $9a^2 - 13a + 12$

b) $13ab - 19b^2$

c) 5

d) $5x^2 - 2x - 7xy + 3y^2$

e) $x^2 - 48x - 21$

f) $4x^2 + 24x - 9$

g) $x^2 - 4x + 1$

h) $-2a^2 - 6a + 4$

i) $-2a^2 - 6a + 4$

j) $4x^2 + 24x - 9$

k) $x^2 - 4x + 1$

l) 5

m) 5

n) 5

o) 5

p) 5

q) 5

r) 5

s) 5

t) 5

u) 5

v) 5

w) 5

x) 5

y) 5

z) 5

a) 5

b) 5

c) 5

d) 5

e) 5

f) 5

g) 5